Spieltheorie

Entscheide dich … lieber anders

Mag. Gerhard **Hainscho**

2/3-Spiel

- Wählt gleichzeitig und unabhängig voneinander eine **Zahl von 2 bis 100**.
- Es gewinnt, wessen Zahl **am nächsten bei 2/3 des arithmetischen Mittels** aller gewählten Zahlen liegt.

2/3-Spiel

- Jedem Spieler könnte / sollte / müsste klar sein: Die gewählte Zahl soll nicht größer als 67 sein. Warum?
- Jeder Spieler kann maximal 100 wählen.
- Der Mittelwert aller Zahlen ist also maximal 100.
- 2/3 des Mittelwerts sind also maximal 66,666...
- Daher: Niemand sollte eine Zahl größer als 67 wählen.

2/3-Spiel

- Wenn aber niemand eine Zahl größer als 67 wählt, dann können 2/3 des Mittelwerts nicht größer sein als 45. Also sollte niemand eine Zahl größer als 45 wählen.
- Wenn aber niemand eine Zahl größer als 45 wählt, dann … usw. usw.
- **Eigentlich sollten alle 2 wählen.**
- **Voraussetzung**
  - Alle Spieler sind vernünftig und entscheiden sich ausschließlich aufgrund logischer Überlegungen.
  - Alle Spieler wissen, dass alle wissen, dass alle rational sind …

Was ist Spieltheorie?

- Spieltheorie liefert Ideen und Methoden zur Entscheidung in Situationen, an denen entscheidungsaktive Parteien (Spieler) beteiligt sind.
- Spieltheorie kann **Modelle** liefern bzw. **strukturelle Ähnlichkeiten** aufzeigen zwischen „realen“ Phänomenen und strategischen Spielen.
- Sie besitzt **Anwendungen** in
  - Wirtschaft
  - Soziologie
  - Psychologie
  - Militärstrategie
  - …

Seit wann gibt es Spieltheorie?

- 1944: *Theory of Games and Economic Behavior* - Begründung der Spieltheorie durch John **von Neumann** und Oskar **Morgenstern**
- **Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften** für *mathematische* Arbeiten zur Spieltheorie
  - 1994: John Forbes **Nash** Jr. *(A Beautiful Mind)*, John C. **Harsanyi** und Reinhard **Selten**
  - 1996: William **Vickrey**
  - 2005: Robert J. **Aumann** und Thomas C. **Schelling**
  - 2007: Leonid **Hurwicz**, Eric S. **Maskin** und Roger B. **Myerson**

Gefangenendilemma

- Zwei Gefangene werden eines gemeinsamen Verbrechens beschuldigt.
  Die Polizei hat allerdings nicht genug Indizien, um die Tat zu beweisen.
  Deshalb wird den beiden ein Handel angeboten, worüber auch beide informiert sind.
  Die Gefangenen werden dazu getrennt voneinander verhört.

Gefangenendilemma

- Sollte einer der beiden gestehen und der andere schweigen, so kommt jener, der gestanden hat, ohne Haftstrafe davon, während der andere die Höchststrafe von 10 Jahren erhält.
- Gestehen beide, so sitzen sie beide 5 Jahre.
- Wenn beide schweigen, kann ihnen die Polizei zwar die Tat nicht nachweisen, sie bekommen allerdings beide 2 Jahre Haft wegen unerlaubten Waffenbesitzes.

Gefangenendilemma

Bi-Matrix

Gefangener 2 Gefangener 1	gestehen	schweigen
gestehen	-5 -5	-10 0
schweigen	0 -10	-2 -2

Gefangenendilemma

G_1 überlegt: angenommen, G_2 gesteht …

Gefangener 2 **Gefangener 1**	gestehen	schweigen
gestehen	-5 -5	-10 0
schweigen	0 -10	-2 -2

Gefangenendilemma

G_1 überlegt: angenommen, G_2 schweigt …
$\Rightarrow$ es gibt eine **dominante Strategie** für G_1:
für jede Alternative ist stets *dieselbe* Strategie die bessere.

Gefangener 2 **Gefangener 1**	gestehen	schweigen
gestehen	-5 -5	-10 0
schweigen	0 -10	-2 -2

Gefangenendilemma

G_2 überlegt: angenommen, G_1 gesteht …

Gefangener 2 Gefangener 1	gestehen	schweigen
gestehen	-5 -5	-10 0
schweigen	0 -10	-2 -2

Gefangenendilemma

G_2 überlegt: angenommen, G_1 schweigt …
⇒ es gibt eine **dominante Strategie** für G_2:
für jede Alternative ist stets *dieselbe* Strategie die bessere.

Gefangener 2 Gefangener 1	gestehen	schweigen
gestehen	-5 -5	-10 0
schweigen	0 -10	-2 -2

Gefangenendilemma

Nash-Gleichgewicht: Kein Spieler kann einen Vorteil erzielen, indem er (einseitig) von seiner Strategie abweicht. Obwohl …

Gefangener 2 Gefangener 1	gestehen	schweigen
gestehen	-5 -5	-10 0
schweigen	0 -10	-2 -2

Lehrer/Schüler

- Ein/e Lehrer/in schätzt die Häufigkeit (Wahrscheinlichkeit), mit der ein/e Schüler/in die Hausübung macht, mit p.
- Ein/e Schüler/in schätzt die Häufigkeit (Wahrscheinlichkeit), mit der ein/e Lehrer/in die Hausübung kontrolliert, mit q.
- Gegeben sei die folgende Auszahlungsmatrix (ohne Nash-Gleichgewicht für *reine* Strategien):

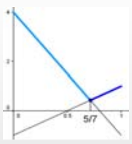
Lehrer/Schüler

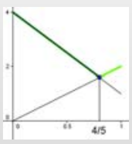
Lehrer/n Schüler/in	L_1: kontrolliert q	L_2: kontrolliert nicht (1 - q)
S_1: macht HÜ p	1 **1**	**2** -1
S_2: macht HÜ nicht (1 - p)	**4** -1	0 **4**

Lehrer/Schüler

Auszahlungsfunktionen

- Für Schüler/in:
  u_{S1} = 1·q + (-1)·(1 - q) = 2q - 1
  u_{S2} = (-1)·q + 4·(1 - q) = -5q + 4
- Für Lehrer/in:
  u_{L1} = 1·p + 4·(1 - p) = -3p + 4
  u_{L2} = 2·p + 0·(1 - p) = 2p





Lehrer/Schüler

Kreuzdiagramm: Nash-Gleichgewicht für *gemischte* Strategien